

回收数量受价格和随机因素影响的定价模型

杨爱峰 王佳琦 赖恒聪 胡小建
(合肥工业大学管理学院, 合肥 230009)

〔摘要〕假设在再制造闭环供应链中,集中决策者、第三方和制造商分别从最终客户那里回收废旧品,其回收数量受回收价格和随机因素影响,制造商对获得的旧部件进行再制造,如果旧部件不能满足生产需求,制造商将从新部件供应商那里以高价格采购新部件来补充短缺。本文按照废旧品回收的供应链成员不同,建立了3个定价决策模型,证明了每个模型最优解的存在性和唯一性,然后在特殊情形下进一步求得各模型最优解的解析式,最后用具体算例对模型进行了验证。

〔关键词〕闭环供应链 再制造 定价 回收渠道 回收模型

DOI: 10.3969/j.issn.1004-910X.2017.08.008

〔中图分类号〕F253 〔文献标识码〕A

引言

随着社会经济的发展,环境污染和资源短缺等问题日益突出,低碳经济便应运而生。再制造是以产品全寿命周期理论为指导,优质、高效、节能、节材、环保为准则,先进技术和产业化生产为手段,进行修复、改造废旧设备产品的一系列技术措施或工程活动,实践证明再制造在节约资源、降低环境污染和增加社会及企业效益等方面发挥着重要作用。2011年1月1日起开始实施的“废旧电器电子产品回收处理管理条例”标志着我国对废旧品处理的关注。废旧品的回收和再制造品的销售是决定再制造能否成功的关键因素,而决定废旧品的回收数量除了公众的法律及环保意识就是废旧品的回收价格,决定再造品的销售除了再造品的质量就是再造品的价格^[1]。因此,定价决策问题对于闭环供应链的研究至关重要。

目前,已有大量文献对再制造闭环供应链的定价决策问题进行了深入研究。例如,Guide等强调了回收价格、回收数量及回收产品质量等回收管理决策对再制造盈利的重要影响^[2]。Savaskan等针对3种废旧品的回收渠道(制造商回收、零售商回收、第三方回收)建立数学模型

进行定价决策,以强调选择合适的回收渠道的重要性^[3]。Bakal和Akcali假设废旧品回收数量是回收价格的线性函数,在废旧品的供应和再制造品的需求均为价格敏感的情况下,研究了产率的不确定性对再制造商定价决策的影响^[4]。Gu等假设废旧品回收率为回收价格的幂函数形式,研究了在闭环供应链中废旧品回收价、产品批发价以及零售价的最优决策问题^[5]。Ferrer和Swaminathan探究了消费者对新品和再制造品偏好不同时最优的差异化定价策略^[6]。徐永锋研究了产品随机需求的条件下,闭环供应链中制造商、零售商以及第三方回收商的协调策略^[7]。郭军华等针对需求不确定的情况,对单一制造商建立了基于新品和再制造品替代性的报童模型,对两产品进行联合定价决策^[8]。孙嘉轶等假设回收数量是回收价格和销售数量的函数,分析了3种回收渠道(制造商回收、一个零售商回收及两个零售商竞争回收)下供应链成员的最优决策^[9]。Li等针对再制造产率和再制造产品的需求均为随机的情况,建立了最优定价决策模型,比较分析了先再制造后定价(F RTP)和先定价后再制造(F PTR)两种策略^[10]。He考虑废旧品回收数量受回收价

收稿日期:2017-05-11

基金项目:国家自然科学基金资助项目(项目编号:71301038);教育部人文社会科学研究项目(项目编号:16YJA630017)。

作者简介:杨爱峰,合肥工业大学管理学院副教授,博士。研究方向:物流与供应链管理。王佳琦,合肥工业大学管理学院硕士研究生。研究方向:物流与供应链管理。赖恒聪,合肥工业大学管理学院硕士研究生。研究方向:物流与供应链管理。胡小建,合肥工业大学管理学院教授,博士。研究方向:物流与供应链管理。

格和随机因素的影响,分别对一体化回收渠道和分散回收渠道进行生产与定价决策,并进一步讨论了需求确定和随机的情形,但没有考虑对产品售价的决策,并且建立的供应链结构比较单一^[11]。Yan等假设制造商通过零售商销售新产品,而再制造品的销售由电商渠道直接销售或由第三方企业销售,在这两种模式下建立了新品/再制造品的最优决策模型^[12]。杨爱峰等考虑了制造商负责废旧品回收的再制造闭环供应链中存在零售商和独立再制造商的情况,探究不同供应链成员的最优定价策略^[13]。Yenipazarli等假设再制造具有经济、环境和社会效益,通过建立以监管者为主导方、制造商为跟随者的Stackelberg博弈模型,探讨了碳税政策对企业制造/再制造以及定价决策的影响^[14]。

本文根据再制造闭环供应链已有文献的研究成果,假设回收数量受回收价格和随机因素影响,市场需求为价格敏感函数,制造商对获得的旧部件进行再制造,不能满足需求部分将从新部件供应商那里以高价格采购新部件来补充。本文按照从客户那里回收废旧品的供应链成员不同,建立了一体化回收、第三方回收和制造商回收3个定价决策模型,证明了每个模型最优解的存在性和唯一性,然后对特殊情形进一步求得各模型最优解的解析式,最后用具体算例对模型进行了验证。

1 符号说明及假设

1.1 符号说明

本文需要的主要参数及决策变量如下: p 表示单位产品的零售价格(决策变量); w 表示单

位产品的批发价格(决策变量); v 表示从最终客户那里回收废旧品的单位价格(决策变量); $Y(v)$ 表示废旧品的最大可回收数量(与 v 有关); $U \in [0,1]$ 表示废旧品回收过程的随机变量; $g(u)$ 和 $G(u)$ 分别表示 U 的概率密度函数和分布函数; τ 表示 U 的期望值,即 $\tau = \int_0^1 ug(u)du$; c 表示单位产品的制造成本; c_1 表示制造商从第三方那里回收旧部件的单位成本; c_2 表示从新部件供应商那里采购新部件的单位成本。

1.2 假设

假设1:市场中存在足够多的废旧产品,并且可实现的回收数量受回收价格和随机因素影响,即用 $Y(v)u$ 表示可实现的回收数量。

假设2: $Y'(v) > 0, Y''(v) \leq 0$,即 $Y(v)$ 为单调递增的凸函数,为证明最优解的存在性及唯一性,进一步假设, $2Y'(v) + vY''(v) > 0$,诸如 $Y(v) = m + nv(m > 0, n > 0)$ 和 $Y(v) = mv^n(m > 0, 0 < n < 1)$ 均满足 $2Y'(v) + vY''(v) > 0$ 。

假设3: $c_2 > c_1 > v$,当回收的旧部件不能满足生产需求时,将从新部件供应商那里采购新部件以弥补其短缺部分,为简便起见,假设采用新部件和旧部件的制造成本相同,新品和再制造品的销售价格相同。

假设4:市场对产品的需求量 $D(p) = a - bp(a > 0, b > 0)$, a 为市场规模, b 反应了市场需求对产品价格敏感程度。

2 模型建立

2.1 一体化回收模型

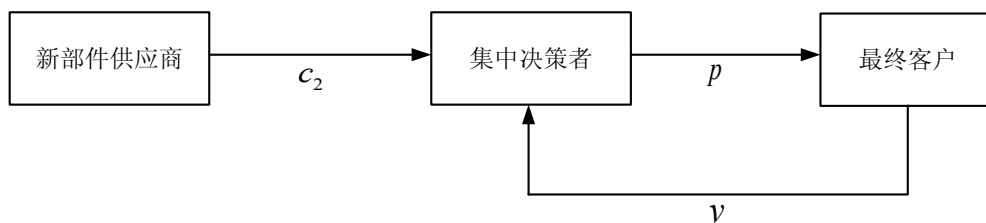


图1 一体化回收模型

图1为一体化回收模型,集中决策者(即制造商)以价格 v 从最终客户那里回收废旧品,不能满足需求的部分以价格 c_2 从新部件供应商那里采购新

部件,然后进行制造、再制造及销售活动。集中决策者需要同时决策零售价格 p 和回收价格 v ,目标是使其整体利润最大化,其利润函数是:

$$\Pi_c(p, v) = (p - c)(a - bp) - vY(v)E_u[u] - c_2E_u[a - bp - Y(v)u]^+ \quad (1)$$

其中第一项表示销售收入与制造成本之差, 第二项表示从最终客户那里回收的废旧品成本, 第三项表示从新部件供应商那里采购的新部件成本。

命题 1: 在一体化回收模型中, 最优零售价格 p_1^* 和回收价格 v_1^* 可以通过 (2) ~ (3) 两式联立求解得到

$$a + bc - 2bp + bc_2G[\cdot] = 0, \quad (2)$$

$$c_2Y'(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du - \tau [Y(v) + vY'(v)] = 0 \quad (3)$$

为简便起见, 本文在命题 1 和命题 2 中分别

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_C}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 \Pi_C}{\partial p \partial v} \\ \frac{\partial^2 \Pi_C}{\partial v \partial p} & \frac{\partial^2 \Pi_C}{\partial v^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -2b - \frac{b^2 c_2 g[\cdot]}{Y(v)} & -\frac{bc_2(a-bp)g[\cdot]Y'(v)}{Y^2(v)} \\ -\frac{bc_2(a-bp)g[\cdot]Y'(v)}{Y^2(v)} & c_2Y''(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du - \frac{c_2Y'^2(v)(a-bp)^2 g[\cdot]}{Y^3(v)} - \tau [2Y'(v) + vY''(v)] \end{bmatrix}$$

$$|H| = -2bc_2Y''(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du + 2b\tau [2Y'(v) + vY''(v)] + \frac{2bc_2Y'^2(v)(a-bp)^2 g[\cdot]}{Y^3(v)}$$

$$+ \frac{b^2 c_2 g[\cdot] \tau [2Y(v) + vY''(v)] - b^2 c_2^2 g[\cdot] Y''(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du}{Y(v)}$$

显然 $h_{11} < 0$, 依据假设 2, 有 $|H| > 0$, 即 Hessian 矩阵负定, 因此由一阶条件可知, 将 (2) ~ (3)

用 $G[\cdot]$ 和 $g[\cdot]$ 表示 $G\left[\frac{a-bp}{Y(v)}\right]$ 和 $g\left[\frac{a-bp}{Y(v)}\right]$ 。

证明: 由 (1) 式得,

$$\Pi_C(p, v) = (p - c)(a - bp) - vY(v)\tau -$$

$$c_2 \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} [a - bp - Y(v)u]g(u)du$$

将上式分别对 p, v 求一阶偏导得

$$\frac{\partial \Pi_C}{\partial p} = a + bc - 2bp + bc_2G[\cdot]$$

$$\frac{\partial \Pi_C}{\partial v} = c_2Y'(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du - \tau [Y(v) + vY'(v)]$$

进一步求得其 Hessian 矩阵为

两式联立求解就可得到 (1) 式的唯一最优解。

2.2 第三方回收模型

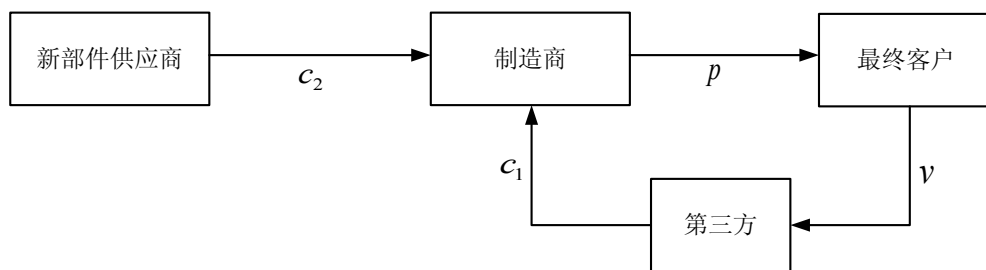


图 2 第三方回收模型

图 2 为第三方回收模型, 第三方以价格 v 从最终客户那里回收废旧品, 制造商再以价格 c_1 从第三方那里将其回收, 不能满足需求的部分制造商以价格 c_2 从新部件供应商那里采购新部件, 然

后进行制造、再制造及销售活动。制造商和第三方需要同时决策零售价格 p 和回收价格 v , 他们的利润函数分别是:

$$\Pi_M(p) = (p - c)(a - bp) - c_1E_u [\min(a - bp, Y(v)u)] - c_2E_u [a - bp - Y(v)u]^+ \quad (4)$$

$$\Pi_{3P}(v) = c_1E_u [\min(a - bp, Y(v)u)] - vY(v)E_u [u] \quad (5)$$

其中(4)式第一项表示销售收入与制造成本之差,第二项表示从第三方那里采购的旧部件成本,第三项表示从新部件供应商那里采购的新部件成本;(5)式第一项表示从制造商那里获得的旧部件销售收入,第二项表示从客户那里回收的废旧品成本。

命题2:在第三方回收模型中,最优零售价

$$\Pi_M(p) = (p-c)(a-bp) - \left[c_1 Y(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du + c_1(a-bp) \int_{\frac{a-bp}{Y(v)}}^1 g(u)du \right] - c_2 \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} [a-bp-Y(v)u]g(u)du$$

由(5)式得:

$$\Pi_{3P}(v) = c_1 Y(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du + c_1(a-bp) \int_{\frac{a-bp}{Y(v)}}^1 g(u)du - vY(v)\tau。$$

将以上两式分别对 p, v 求一阶和二阶导数得

$$\frac{d\Pi_M(p)}{dp} = (a-bp) - b(p-c) + bc_1 + (c_2 - c_1) bG[\cdot],$$

$$\frac{d\Pi_{3P}(v)}{dv} = c_1 Y'(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du - \tau [Y(v) + vY'(v)],$$

$$\frac{d\Pi_M^2(p)}{dp^2} = -2b - \frac{(c_2 - c_1)b^2 g[\cdot]}{Y(v)},$$

$$\frac{d\Pi_{3P}^2(v)}{dv^2} = c_1 Y''(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du - \frac{c_1 Y'^2(v)(a-bp)^2 g[\cdot]}{Y^3(v)} - \tau [2Y'(v) + vY''(v)].$$

显然 $\frac{d\Pi_M^2(p)}{dp^2} < 0, \frac{d\Pi_{3P}^2(v)}{dv^2} < 0$, 因此由一阶和(5)两式的唯一最优解。条件, 将(6)~(7)两式联立求解即可得(4)

格 p_2^* 和回收价格 v_2^* 可以通过(6)~(7)两式联立求解得到

$$(a-bp) - b(p-c) + bc_1 + (c_2 - c_1) bG[\cdot] = 0 \quad (6)$$

$$c_1 Y'(v) \int_0^{\frac{a-bp}{Y(v)}} ug(u)du - \tau [Y(v) + vY'(v)] = 0 \quad (7)$$

证明:由(4)式得:

2.3 制造商回收模型

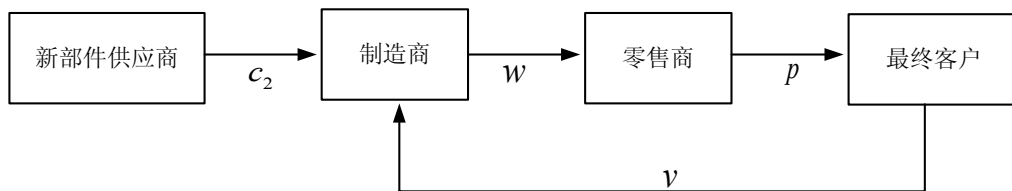


图3 制造商回收模型

图3为制造商回收模型,制造商占主导地位,零售商为跟随者。制造商直接以价格 v 从最终客户那里回收废旧品,不能满足需求的部分以价格 c_2 从新部件供应商那里采购新部件,然后进行制

造及再制造,将生产的产品以批发价格 w 卖给零售商,最后零售商以价格 p 销售给最终客户。制造商需要决策回收价格 v 和批发价格 w ,零售商需要决策零售价格 p ,他们的利润函数分别是:

$$\Pi_M(w, v) = (w-c)(a-bp) - vY(v)E_u[u] - c_2 E_u[a-bp - Y(v)u]^+ \quad (8)$$

$$\Pi_R(p) = (p-w)(a-bp) \quad (9)$$

其中(8)式第一项表示批发收入与制造成本之差,第二项表示从最终客户那里回收的废旧品成本,第三项表示从新部件供应商那里采购的新部件成本;(9)式表示销售收入与批发成本之差。

命题3:在制造商回收模型中,最优零售价格为 $p_3^*(w) = \frac{a+bw^*}{2b}$,最优批发价格 w^* 和回收价格 v_3^* 可以通过(10)~(11)两式联立求解得到:

$$\frac{a+bc-2bw}{2} + \frac{bc_2}{2} G[\cdot] = 0 \quad (10)$$

$$c_2 Y'(v) \int_0^{\frac{a-bw}{2Y(v)}} ug(u) du - \tau [Y(v) + vY'(v)] = 0 \quad (11)$$

为简便起见, 本文在命题3中分别用 $G[\cdot]$ 和 $g[\cdot]$ 表示 $G\left[\frac{a-bw}{2Y(v)}\right]$ 和 $g\left[\frac{a-bw}{2Y(v)}\right]$ 。

证明: 根据 Stackelberg 逆向求解法, 首先零售商决策最优零售价格 p , 然后制造商根据 p 来决策批发价格 w 和回收价格 v 。

$$\Pi_M(w, v | p^*) = (w - c) \cdot \frac{a - bw}{2} - vY(v)\tau - c_2 \int_0^{\frac{a-bw}{2Y(v)}} \left[\frac{a - bw}{2} - Y(v)u \right] g(u) du$$

将上式对 w, v 分别求一阶偏导得:

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial w} = \frac{a + bc - 2bw}{2} + \frac{bc_2}{2} G[\cdot]$$

$$\frac{\partial \Pi_M}{\partial v} = c_2 Y'(v) \int_0^{\frac{a-bw}{2Y(v)}} ug(u) du - \tau [Y(v) + vY'(v)]$$

进一步求得其 Hessian 矩阵为:

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_M}{\partial w^2} & \frac{\partial^2 \Pi_M}{\partial w \partial v} \\ \frac{\partial^2 \Pi_M}{\partial v \partial w} & \frac{\partial^2 \Pi_M}{\partial v^2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -b - \frac{b^2 c_2}{4Y(v)} g[\cdot] & \frac{-c_2 b Y'(v)(a - bw)g[\cdot]}{4Y^2(v)} \\ \frac{-c_2 b Y'(v)(a - bw)g[\cdot]}{4Y^2(v)} & c_2 Y''(v) \int_0^{\frac{a-bw}{2Y(v)}} ug(u) du - \frac{c_2 Y'^2(v)(a - bw)^2 g[\cdot]}{4Y^3(v)} - \tau [2Y(v) + vY''(v)] \end{bmatrix}$$

$$|H| = -bc_2 Y''(v) \int_0^{\frac{a-bw}{2Y(v)}} ug(u) du + \frac{bc_2 Y'^2(v)(a - bw)^2 g[\cdot]}{4Y^3(v)} + b\tau [2Y'(v) + vY''(v)]$$

$$+ \frac{b^2 \tau c_2 g[\cdot] [2Y'(v) + vY''(v)] - b^2 c_2^2 Y''(v) \int_0^{\frac{a-bw}{2Y(v)}} ug(u) du}{4Y(v)}$$

显然 $h_{11} < 0$, 依据假设2, 有 $|H| > 0$, 即 Hessian 矩阵负定, 因此由一阶条件可知, 将(10)~(11)两式联立求解就可得到(8)式的唯一最优解。

3 特殊情形下模型求解

本文在上节建立了3个模型, 由于 U 和 $Y(v)$ 的任意性, 只能证明了每个模型最优解的存在性和唯一性, 不能求出其解析式。本节令随机变量 U 服从 $[0,1]$ 上的均匀分布, 即 $U \sim U[0,1]$, $Y(v)$ 为 v 的线性表达式, 即 $Y(v) = m + nv (m > 0, n > 0)$ 。

3.1 特殊情形下一体化回收模型求解

将 $U \sim U[0,1]$ 和 $Y(v) = m + nv$ 代入(2)~(3)

将(9)式对 p 求一阶和二阶导数得:

$$\frac{d\Pi_R}{dp} = a + bw - 2bp$$

$$\frac{d^2\Pi_R}{dp^2} = -2b < 0$$

根据一阶条件, 令一阶导数为0, 得

$$p^*(w) = \frac{a + bw}{2b}, \text{ 将 } p^*(w) \text{ 代入(8)式, 则有:}$$

式, 整理化简得:

$$\begin{cases} c_2 n(a - bp)^2 - (m + nv)^2(m + 2nv) = 0 \\ (a + bc - 2bp)(m + nv) + bc_2(a - bp) = 0 \end{cases}$$

联立上面两个方程, 得到最优的回收价格 v_1^*

和最优的零售价格 p_1^* :

$$v_1^* = \frac{(A - \frac{m + bc_2}{3A})^2 - m}{2n}$$

$$p_1^* = \frac{a}{b} - \frac{\left[(A - \frac{m + bc_2}{3A})^2 + m \right] (A - \frac{m + bc_2}{3A})}{2b\sqrt{c_2 n}}$$

将 v_1^* 和 p_1^* 代入(1)式得, 集中决策者的利润是:

$$\Pi_C = \frac{4(a-bc)\sqrt{c_2n}(x_1^2+m)x_1 - 2(x_1^2+m)^2x_1^2 - 3bc_2x_1^4 - 2bc_2mx_1^2 + bc_2m^2}{8bc_2n}$$

$$\text{其中 } A = \left(\frac{\sqrt{c_2n}(a-bc)}{2} + \sqrt{\frac{(m+bc_2)^3}{27} + \frac{c_2n(a-bc)^2}{4}} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad x_1 = A - \frac{m+bc_2}{3A}.$$

3.2 特殊情形下第三方回收模型求解

将 $U \sim U[0,1]$ 和 $Y(v) = m + nv$ 代入 (6) ~ (7) 式, 整理化简得:

$$\begin{cases} c_1n(a-bp)^2 - (m+nv)^2(m+2nv) = 0 \\ (a-2bp)(m+nv) + b(c+c_1)(m+nv) + b(c_2-c_1)(a-bp) = 0 \end{cases}$$

联立上面两个方程, 得到最优的回收价格 v_2^* 和最优的零售价格 p_2^* :

$$v_2^* = \frac{\left(B - \frac{m-b(c_1-c_2)}{3B} \right)^2 - m}{2n} \quad p_2^* = \frac{a}{b} - \frac{\left[\left(B - \frac{m-b(c_1-c_2)}{3B} \right)^2 + m \right] \left[B - \frac{m-b(c_1-c_2)}{3B} \right]}{2b\sqrt{c_1n}}$$

将 v_2^* 和 p_2^* 代入 (4) ~ (5) 式得, 制造商和第三方的利润分别是:

$$\Pi_M^* = \frac{4(a-bc-bc_1)\sqrt{c_1n}(x_2^2+m)x_2 - 2x_2^2(x_2^2+m)^2 - 2b(c_2-c_1)x_2^4 - 2b(c_2-c_1)mx_2^2}{8bc_1n}$$

$$\Pi_{3P}^* = \frac{4\sqrt{c_1n}(x_2^2+m)x_2 - 3x_2^4 - 2mx_2^2 + m^2}{8n}$$

供应链的总利润

$$\Pi_{2C}^* = \Pi_M^* + \Pi_{3P}^* = \frac{4(a-bc)\sqrt{c_1n}(x_2^2+m)x_2 - 2x_2^2(x_2^2+m)^2 - bx_2^4(2c_2+c_1) - 2bc_2mx_2^2 + bc_1m^2}{8bc_1n}$$

$$\text{其中 } B = \left(\frac{\sqrt{c_1n}[a-b(c+c_1)]}{2} + \sqrt{\frac{[m-b(c_1-c_2)]^3}{27} + \frac{c_1n[a-b(c+c_1)]^2}{4}} \right)^{\frac{1}{3}} \quad x_2 = B - \frac{m+b(c_2-c_1)}{3B}$$

3.3 特殊情形下制造商回收模型求解

将 $U \sim U[0,1]$ 和 $Y(v) = m + nv$ 代入 (10) ~ (11) 式, 整理化简得:

$$\begin{cases} c_2n(a-bw)^2 - 4(m+nv)^2(m+2nv) = 0 \\ 2(m+nv)(a+bc-2bw) + bc_2(a-bw) = 0 \end{cases}$$

联立上面两个方程, 得到最优的回收价格 v_3^* 和最优的批发价格 w^* :

$$v_3^* = \frac{\left(C - \frac{2m+bc_2}{6C} \right)^2 - m}{2n}$$

$$w^* = \frac{a}{b} - \frac{\left[\left(C - \frac{2m+bc_2}{6C} \right)^2 + m \right] \left(C - \frac{2m+bc_2}{6C} \right)}{b\sqrt{c_2n}}$$

将 w^* 代入命题 3 中的 $p_3^*(w)$, 得到最优的零售价格 p_3^* :

$$p_3^* = \frac{a}{b} - \frac{\left[\left(C - \frac{2m+bc_2}{6C} \right)^2 + m \right] \left(C - \frac{2m+bc_2}{6C} \right)}{2b\sqrt{c_2n}}$$

将 v_3^* 、 w^* 和 p_3^* 代入 (8) ~ (9) 式得, 制造商和零售商的利润分别是:

$$\Pi_M^* = \frac{4(a-bc)\sqrt{c_2n}(x_3^2+m)x_3 - 4(x_3^2+m)^2x_3^2 - 3bc_2x_3^4 - 2bc_2mx_3^2 + bc_2m^2}{8bc_2n}$$

$$\Pi_R^* = \frac{(x_3^2+m)^2x_3^2}{4bc_2n}$$

供应链的总利润:

$$\Pi_{3C}^* = \Pi_M^* + \Pi_R^* = \frac{4(a-bc)\sqrt{c_2n}(x_3^2+m)x_3 - 2(x_3^2+m)^2x_3^2 - 3bc_2x_3^4 - 2bc_2mx_3^2 + bc_2m^2}{8bc_2n},$$

$$\text{其中 } C = \left[\frac{\sqrt{c_2 n(a-bc)}}{4} + \sqrt{\left(\frac{2m+bc_2}{6}\right)^3 + \frac{c_2 n(a-bc)^2}{16}} \right]^{\frac{1}{3}}, x_3 = C - \frac{2m+bc_2}{6C}.$$

4 算例分析

在第3节, 通过令 $U \sim U[0,1]$, $Y(v) = m + nv(m > 0, n > 0)$, 求得了特殊情形下三个模型的最优解及目标函数值解析式。进一步, 令 $c = 5$, $c_1 = 30$, $c_2 = 35$, $a = 500$, $b = 10$, $m = 100$, $n = 50$, 利用 MATLAB 代入第3节各决策变量及目标函数的解析式中。一体化回收模型的结果: $v_1 = 3.44$, $p_1 = 36.31$, $\Pi_C = 2612.70$; 第三方回收模型的结果: $v_2 = 1.32$, $p_2 = 43.48$, $\Pi_M = 488.81$, $\Pi_{3P} = 461.85$, $\Pi_{2C} = 1950.67$; 对制造商回收模型求解结果: $v_3 = 1.84$, $w = 34.55$, $p_3 = 42.27$, $\Pi_M = 1562.18$, $\Pi_R = 597.00$, $\Pi_{3C} = 2159.18$ 。下面通过改变参数取值进一步对3个模型进行分析, 本文主要探讨单位新部件的采购价 c_2 对单位废旧品回收价、单位产品零售价的决策以及供应链总利润的影响。其余参数不变, 取 c_2 为 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38。

由表1知, 在一体化回收和制造商回收的情形下, 单位废旧品回收价 v_1^* 和 v_3^* 均随 c_2 的增加而增加, 而第三方单位废旧品回收价 v_2^* 的变化趋势与

之相反。这是因为在一体化回收模式和制造商回收模式中, 制造商与废旧品回收方一体化, 当新部件供应价格 c_2 增加时, 制造商通过提高废旧品的回收价格来增加回收数量, 进而降低新部件的采购成本; 而在第三方回收模式中, 当 c_2 增加时, 第三方通过降低废旧品回收价格 v_2^* 来增加自身的利润, 但对于制造商来说废旧品的供应数量也会降低, 这是因为制造商与第三方不合作导致的双重边际效应。

由表2知, 3个回收模型的单位产品零售价 p_1^* 、 p_2^* 和 p_3^* 均随 c_2 的增加而增加。这是因为 c_2 的增加促使单位部件的平均采购成本增加, 在一体化回收模型和第三方回收模型中, 制造商通过增加单位产品的零售价来增加利润, 同样的, 在制造商回收模型中, 制造商增加单位产品的批发价格进而导致零售商提高产品的零售价。

由表3知, 3个模型供应链的总利润 Π_C^* 、 Π_{2C}^* 及 Π_{3C}^* 均随 c_2 的增加而降低, 这说明新部件供应价格的增加导致较高的零售价格和较低的市场需求, 最终会使得供应链的总利润降低。

表1 单位废旧品回收价随 c_2 的变化

| c_2 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 |
|---------|------|------|------|------|------|------|------|
| v_1^* | 3.39 | 3.41 | 3.42 | 3.44 | 3.45 | 3.46 | 3.47 |
| v_2^* | 1.49 | 1.43 | 1.37 | 1.32 | 1.26 | 1.21 | 1.16 |
| v_3^* | 1.79 | 1.81 | 1.82 | 1.84 | 1.85 | 1.87 | 1.88 |

表2 单位产品零售价随 c_2 的变化

| c_2 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| p_1^* | 35.88 | 36.03 | 36.17 | 36.31 | 36.45 | 36.59 | 36.72 |
| p_2^* | 42.91 | 43.10 | 43.30 | 43.48 | 43.67 | 43.84 | 44.02 |
| p_3^* | 42.09 | 42.15 | 42.21 | 42.27 | 42.33 | 42.39 | 42.45 |

表3 供应链的总利润随 c_2 的变化

| c_2 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 |
|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Π_C^* | 2719.78 | 2683.24 | 2647.56 | 2612.70 | 2578.63 | 2545.31 | 2512.74 |
| Π_{2C}^* | 2097.40 | 2047.57 | 1998.66 | 1950.67 | 1903.60 | 1857.46 | 1812.26 |
| Π_{3C}^* | 2235.92 | 2209.79 | 2184.22 | 2159.18 | 2134.66 | 2110.63 | 2087.09 |

由表1、表2和表3知,在参数固定时,即在相同的市场环境中,一体化回收情形下单位废旧品回收价格最高,单位产品零售价格最低,供应链的总利润却最大,这是因为在一体化回收模型中,废旧品的回收、产品的生产及销售一体化,而在分散的供应链即第三方回收模式和制造商回收模式中,所产生的双重边际效应会降低供应链的总利润。这正体现了供应链各成员合作的优势,通过集中决策、利润共享,可以使供应链的整体利润最大化,并实现双赢。此外,从给定的参数值可以看出,模型二的供应链总利润高于模型三的供应链总利润,这也为企业构建再制造闭环供应链结构及定价提供科学依据。

5 结束语

闭环供应链的再制造决策已经成为学术界讨论的热点话题,并已广泛应用到汽车、家电、数码产品等各个领域。对于进行再制造的企业来说,由于再制造过程的各种不确定因素,将废旧品供应和产品需求进行匹配是必须要考虑的关键问题,基于此,本文主要考虑了在废旧品回收数量受回收价格和随机因素的影响下,供应链成员的最优定价决策问题,建立了一体化回收、第三方回收以及制造商回收三个定价模型,并验证了每个模型最优解的存在性和唯一性,进一步求得了三个模型特殊情形下的解析解并以算例进行了验证,分析了新部件的供应价格对废旧品回收定价、产品销售定价及供应链总利润的影响,为闭环供应链成员实现利润最大化提供了更好的理论决策依据。

此外,本文还对其他的再制造闭环供应链结构进行了推导,如第三方回收时,制造商和第三

方是 Stackelberg 关系,而不是同时决策;在制造商和零售商独立决策时由零售商回收和销售情形等。但在推导过程中我们发现由于 U 和 $Y(v)$ 的任意性以及计算过程的复杂性,难以证明这些模型最优解的存在性和唯一性。另外,本文的研究是基于以下假设:(□)本文假设产品需求数量只受产品零售价的影响,但现实中除了零售价外还和一些随机因素相关;(□)为简化计算,本文假设采用新部件和旧部件的制造成本相同,新品和再制造品的销售价格相同;(□)本文没有考虑制造商以及新部件供应商产能约束的问题。放松上述假设限制均可作为未来进一步研究的方向。

参考文献

- [1] 颜荣芳,程永宏,王彩霞.再制造闭环供应链最优差别定价模型[J].中国管理科学,2013,21(1):90~97.
- [2] Guide V D R, Teunter R H, Van Wassenhove L N. Matching Demand and Supply to Maximize Profits From Remanufacturing [J]. Manufacturing & Service Operations Management, 2003, 5(4): 303~316.
- [3] Savaskan R C, Bhattacharya S, Wassenhove L N V. Closed-Loop Supply Chain Models with Product Remanufacturing [J]. Management Science, 2004, 50(2): 239~252.
- [4] Bakal I S, Akcali E. Effects of Random Yield in Remanufacturing with Price-Sensitive Supply and Demand [J]. Production & Operations Management, 2006, 15(3): 407~420.
- [5] Gu Q, Ji J, Gao T. Pricing Management for a Closed-Loop Supply Chain [J]. Journal of Revenue and Pricing Management, 2008, 7(1): 45~60.
- [6] Ferrer G, Swaminathan J M. Managing New and Differentiated Remanufactured Products [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 203(2): 370~379.
- [7] 徐永锋.随机需求下的第三方回收闭环供应链协调[J].工业技术经济,2012(9):66~71.

- [8] 郭军华, 杨丽, 李帮义, 倪明. 不确定需求下的再制造产品联合定价决策 [J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33 (8): 1949 ~ 1955.
- [9] 孙嘉轶, 滕春贤, 陈兆波. 基于回收价格与销售数量的再制造闭环供应链渠道选择模型 [J]. 系统工程理论与实践, 2013, 33 (12): 3079 ~ 3086.
- [10] Li X, Li Y, Cai X. Remanufacturing and Pricing Decisions with Random Yield and Random Demand [J]. Computers & Operations Research, 2015, 54 (2): 195 ~ 203.
- [11] He Y. Acquisition Pricing and Remanufacturing Decisions in a Closed-Loop [J]. International Journal of Production Economics, 2015, 163 (5): 48 ~ 60.
- [12] Yan W, Xiong Y, Xiong Z, et al. Bricks vs. Clicks: Which Is Better for Marketing Remanufactured Products? [J]. European Journal of Operational Research, 2015, 242 (2): 434 ~ 444.
- [13] 杨爱峰, 陈骛, 胡小建. 基于市场划分的再制造闭环供应链模型 [J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 2015, 38 (5): 705 ~ 711.
- [14] Yenipazarli A. Managing New and Remanufactured Products to Mitigate Environmental Damage under Emissions Regulation [J]. European Journal of Operational Research, 2016, 249 (1): 117 ~ 130.

Pricing Models When the Recovery Quantity is Affected by Price and Random Factors

Yang Aifeng Wang Jiaqi Lai Hengcong Hu Xiaojian

(School of Management, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

[**Abstract**] This paper assumes that the centralized decision maker, third party and manufacturer recover the waste products from end users respectively in the remanufacturing closed-loop supply chain. The recovery quantity is affected by price and random factors. The manufacturer remanufactures the recovered old parts, and will purchase new parts with a higher price from suppliers if the demand can't be met. This article establishes three pricing models according to different supply chain members responsible for recovering waste products, proves the existence and uniqueness of the optimal solutions for each model, then obtains analytical formulae for the optimal pricing strategies in special cases, and validates the model by conducting numerical examples in the end.

[**Key words**] closed-loop supply chain; remanufacturing; pricing; recycle channel; recovery models
(责任编辑: 王平)